

平成 21 年 8 月 17 日

筑波研究学園都市記者会 御中

筑波大学  
計算科学研究センター

### 円周率計算桁数世界記録樹立について

筑波大学計算科学研究センター（センター長：佐藤三久）は、円周率の計算桁数で 2 兆 5769 億 8037 万桁の世界記録を樹立しました。計算に使用したのは 2008 年 6 月から筑波大学計算科学研究センターで運用が開始されているスーパーコンピュータ「T2K 筑波システム」（米国 Appro International 社製の高性能 PC サーバを基本とする、総演算性能 95 テラフロップス（毎秒 95 兆回演算）の超並列クラスタ型スーパーコンピュータ）で、合計で 73 時間 36 分（主計算：29 時間 5 分、検証計算：44 時間 30 分。主計算結果と検証計算結果の比較時間は含まない。）を要しました。この度、今回の世界記録の結果検証とギネスブックに登録申請の準備が整い、8 月 10 日に登録を申請しました。

これまでの記録は東京大学情報基盤センター及び（株）日立製作所のグループが 2002 年に達成した 1 兆 2411 億桁で、今回の記録はそれを約 2 倍更新しました。なお、今回の世界記録は、計算機の性能・信頼性等の評価のための高性能計算の一例として実施した結果、得られたものです。

#### ○詳細

円周率は無理数として知られており、これまでに円周率の値をより正確に求める試みが続けられてきました。計算機による円周率の計算は、1949 年に 2037 桁まで求められたのが最初で、1973 年には 100 万桁、1989 年には 10 億桁まで求められています。1990 年代からは並列処理により計算時間を短縮する手法が用いられるようになりました。2002 年には並列型スーパーコンピュータを用いて 1 兆 2411 億桁まで求められています。この計算には約 600 時間（検証計算時間を含む）を要しています

([http://www.super-computing.org/pi\\_current-j.html](http://www.super-computing.org/pi_current-j.html) を参照)。

これに対して、今回の計算では超並列クラスタ型スーパーコンピュータ「T2K 筑波システム」を用いたこと、さらにプログラムの効率化によって、計算桁数は約 2 倍の 2 兆 5769 億 8037 万桁に増えているにもかかわらず、計算時間は 73 時間 36 分（検証計算時間を含む）と、これまでの 1/8 以下に短縮することに成功しました。

また、今回の計算においては一度も障害が発生しなかったことから、「T2K 筑波システム」の高い信頼性を検証することもできました。

・ 計算方法

主計算には、1976 年に Salamin と Brent が独立に発見した算術幾何平均による方法（ガウス・ルジャンドルアルゴリズム）を用いました。検証計算には、1983 年に J. M. Borwein と P. B. Borwein が発見したボールウェインの 4 次の収束アルゴリズムを用いました。これら二つの独立なアルゴリズムの計算結果を比較することで、円周率の計算結果の正しさを確認しました。

・ プログラムサイズ

主計算用 3124 行、検証計算用 3248 行（共にコメントを含む）。記述言語は全て Fortran で、通信ライブラリには MPI を用いました。

・ 使用した計算機

T2K 筑波システムは、1 台あたり 147 ギガフロップスの演算性能と 32 ギガバイトのメモリ容量を持つ高性能 PC サーバを計算ノードとし、これらを 648 台接続した超並列クラスタ型スーパーコンピュータです。各計算ノードは米国 AMD 社製のクアッドコアプロセッサ Quad-Core Opteron 8356 を 4 個ずつ搭載しており、システム全体で 10368 コアのプロセッサと総メモリ容量 20 テラバイトを有する超並列クラスタとなります。今回の計算では、648 台のうち約 99 %の台数にあたる 640 台を用いました。

・ 計算経過

主計算について：

計算開始	: 2009 年 4 月 9 日 午前 07 時 37 分 32 秒
計算終了	: 2009 年 4 月 10 日 午後 12 時 43 分 21 秒
経過時間	: 29 時間 05 分 49 秒
使用メモリ容量	: 13.5 テラバイト
アルゴリズム	: ガウス・ルジャンドルアルゴリズム

・ 検証計算について：

計算開始	: 2009 年 4 月 27 日 午後 09 時 35 分 36 秒
計算終了	: 2009 年 4 月 29 日 午後 06 時 06 分 09 秒
経過時間	: 44 時間 30 分 33 秒
使用メモリ容量	: 12.9 テラバイト
アルゴリズム	: ボールウェインの 4 次の収束アルゴリズム

主計算と検証計算の結果を比較したところ、2兆5769億8037万7600桁の計算結果は、最後の76桁を除きすべて一致していました。公表記録としては、安全性と記憶のしやすさを考慮し、切りの良い2兆5769億8037万桁としました。

・円周率の世界記録の結果抜粋

(1) 最初の500桁 (1 ~ 500桁)

3. 1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510  
5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679  
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128  
4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196  
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091  
4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273  
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436  
7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094  
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548  
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912

(2) 2兆桁の手前500桁 (1,999,999,999,501桁 ~ 2,000,000,000,000桁)

3639375745 5070627103 4496282327 0135803276 2292287084  
7067383482 0354885414 7286110318 6941153883 1792679802  
7635337136 8926658815 4463111858 2616687512 6401907905  
8087547781 4894344269 3537556273 1664356354 3149790606  
1221803236 2326896030 1806609274 0085423447 4883684056  
9497144190 9957352213 2673488366 2756614900 9144765669  
1953164954 6846137588 2559713056 5264754794 3825419784  
3981858410 9161864925 2376231052 5431056852 6880476056  
9354516713 6069123212 1286195062 3408400370 1793492657  
8386341797 9368318191 5708299469 1313121384 3887908330

(3) 世界記録桁数の手前500桁 (2,576,980,369,501 ~ 2,576,980,370,000桁)

5057400382 3716546241 5482612980 7211728230 4683206532  
1943937722 2571088463 4149626724 7728794922 3209730807

8868179017 4198647142 3919178589 4068096993 2215758881  
8270237767 6202816528 8304097492 7588781084 0201220667  
9486760395 3424899971 6596440335 0227503026 4383138600  
7513628109 9609697500 5773292122 4520714873 0604358362  
9918742453 4798297336 9984005480 6353798443 5795231663  
9915215281 5035168461 4989948086 9895013727 4233376020  
8195367258 8366523675 4595703283 0821805149 9178009995  
3616276346 5152343138 0598550567 3249553206 9855284552

(4) pi の小数点以下 2 兆 5000 億桁までの 0-9 の数字の分布 :

'0' : 249999192826; '1' : 249999959334; '2' : 250000751269; '3' : 249999904969;  
'4' : 250000455856; '5' : 249999721513; '6' : 249999564178; '7' : 249999660121;  
'8' : 250001040584; '9' : 249999749350; カイニ乗 = 11.85

(5) pi における興味深い数列 :

012345678901 : pi の小数点以下 1 兆 7815 億 1406 万 7534 桁目から  
012345678901 : pi の小数点以下 2 兆 3641 億 9038 万 6673 桁目から

987654321098 : pi の小数点以下 5931 億 54 万 6152 桁目から  
987654321098 : pi の小数点以下 1 兆 1161 億 603 万 8318 桁目から

888888888888 : pi の小数点以下 2 兆 1641 億 6466 万 9332 桁目から

271828182845 : pi の小数点以下 1 兆 160 億 6541 万 9627 桁目から  
271828182845 : pi の小数点以下 1 兆 5359 億 1732 万 8677 桁目から

314159265358 : pi の小数点以下 1 兆 1429 億 531 万 8634 桁目から

○関連情報

<http://www.hpcs.cs.tsukuba.ac.jp/~daisuke/pi-j.html>

## ○用語解説

### ・ テラフロップス、ギガフロップス :

スーパーコンピュータの性能尺度。フロップス (Flops) は「浮動小数点演算を毎秒何回行えるか」を表し、例えば 1 ギガフロップス (GFlops) は毎秒 10 億回演算、1 テラフロップス (TFlops) は毎秒 1 兆回演算の性能を表す。

### ・ ガウス・ルジャンドルアルゴリズム

円周率を計算する際に用いられる反復計算アルゴリズム。ガウスの算術幾何平均による完全楕円積分の計算アルゴリズムと、楕円積分に関するルジャンドルの関係式を組み合わせる方法で、1976 年にアメリカの Salamin とオーストラリアの Brent が独立に発見した。

### ・ ボールウェインの 4 次の収束アルゴリズム

円周率を計算する際に用いられる反復計算アルゴリズム。反復回数を 1 回増やすごとに正しい値の桁数が 4 倍になるという特徴を持つ。1983 年カナダの J. M. Borwein と P. B. Borwein が発見した。

### ・ MPI

Message Passing Interface (メッセージ パッシング インターフェース、MPI) とは、分散メモリ型の並列計算機で複数のプロセス間でのデータをやりとりするために用いる標準化された規格である。

### ・ Quad-Core Opteron 8356

米国 AMD 社が開発したクアッドコア (4 コア) の 64 ビットマイクロプロセッサ。Quad-Core Opteron 8356 は動作周波数が 2.3 GHz であり、サーバー 1 台当たりに 8 個までの CPU を搭載できるマルチプロセッサ構成に対応している。